

Вычислить производную y'_x

а) $y = \operatorname{tg} 3x + \frac{1}{x}$

Решение:

$$y' = \left(\operatorname{tg} 3x + \frac{1}{x} \right)' = (\operatorname{tg} 3x)' + \left(\frac{1}{x} \right)' = \frac{(3x)'}{\cos^2 3x} - \frac{1}{x^2} = \frac{3}{\cos^2 3x} - \frac{1}{x^2}$$

Ответ: $y' = \frac{3}{\cos^2 3x} - \frac{1}{x^2}$

б) $y = 9(\arcsin x)^3$

Решение:

$$y' = \left(9(\arcsin x)^3 \right)' = 9 \cdot 3(\arcsin x)^2 \cdot (\arcsin x)' = 27(\arcsin x)^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{27(\arcsin x)^2}{\sqrt{1-x^2}}$$

Ответ: $y' = \frac{27(\arcsin x)^2}{\sqrt{1-x^2}}$

в) $y = x^{\sin x}$

Решение:

Прологарифмируем обе части равенства:

$$\ln y = \ln x^{\sin x} = \sin x \cdot \ln x$$

$$(\ln y)' = \frac{y'}{y} \Rightarrow y' = y \cdot (\ln y)'$$

$$(\ln y)' = (\sin x \cdot \ln x)' = (\sin x)' \cdot \ln x + \sin x \cdot (\ln x)' = \cos x \cdot \ln x + \frac{\sin x}{x}$$

$$y' = x^{\sin x} \cdot \left(\cos x \cdot \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$$

Ответ: $y' = x^{\sin x} \cdot \left(\cos x \cdot \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$

г) $\begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$

Решение:

$$y'_x = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{y'_t}{x'_t}$$

$$y'_t = \left(\sqrt{1-t^2} \right)' = \frac{(1-t^2)'}{2\sqrt{1-t^2}} = \frac{-2t}{2\sqrt{1-t^2}} = \frac{-t}{\sqrt{1-t^2}}$$

$$x'_t = (\arcsin t)' = \frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$$

$$y'_x = \frac{\frac{-t}{\sqrt{1-t^2}}}{\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}} = \frac{-t}{\sqrt{1-t^2}} \cdot \frac{\sqrt{1-t^2}}{1} = -t$$

Ответ: $y'_x = -t$

$$\text{д) } e^y - e^{-x} + xy = 0$$

Решение:

$$(e^y - e^{-x} + xy)' = 0$$

$$(e^y - e^{-x} + xy)' = (e^y)' - (e^{-x})' + (xy)' = e^y \cdot y' + e^{-x} + x'y + xy' = e^y \cdot y' + e^{-x} + y + xy' =$$
$$= y'(e^y + x) + e^{-x} + y = 0$$

$$y'(e^y + x) = -(e^{-x} + y) \Rightarrow y' = \frac{-(e^{-x} + y)}{e^y + x}$$

$$\text{Ответ: } y' = \frac{-(e^{-x} + y)}{e^y + x}$$