Вычислить пределы

а)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{4x^5-x+3}{x^4-8x+5}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{4x^5}{x^5}-\frac{x}{x^5}+\frac{3}{x^5}}{\frac{x^4}{x^5}-\frac{8x}{x^5}+\frac{5}{x^5}}=\lim_{x\to\infty}\frac{4-\frac{1}{x^4}+\frac{3}{x^5}}{\frac{1}{x}-\frac{8}{x^4}+\frac{5}{x^5}}=\frac{4}{0}=\infty$$

Ответ: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4x^5-x+3}{x^4-8x+5}=\infty$

б)

$$\lim_{x\to2}\frac{x^3-5x^2+8x-4}{x^3-3x^2+4}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to2}\frac{(x-2)^2(x-1)}{(x-2)^2(x+1)}=\lim_{x\to2}\frac{(x-1)}{(x+1)}=\frac{2-1}{2+1}=\frac{1}{3}$$

Ответ: $\lim\limits_{x\to2}\frac{x^3-5x^2+8x-4}{x^3-3x^2+4}=\frac{1}{3}$

в)

$$\lim_{x\to0}\frac{\cos2x-\cos x}{1-\cos x}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to0}\frac{-2\sin\frac{2x+x}{2}\cdot\sin\frac{2x-x}{2}}{2\sin^2\frac{x}{2}}=-\lim_{x\to0}\frac{\sin\frac{3x}{2}\cdot\sin\frac{x}{2}}{\sin^2\frac{x}{2}}=-\lim_{x\to0}\frac{\sin\frac{3x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}=$$

$$=\left[\begin{array}{l}\sin\frac{3x}{2}\sim\frac{3x}{2}\ \text{при}\ x\to0\\ \sin\frac{x}{2}\sim\frac{x}{2}\ \text{при}\ x\to0\end{array}\right]=-\lim_{x\to0}\frac{\frac{3x}{2}}{\frac{x}{2}}=-3$$

Ответ: $\lim\limits_{x\to0}\frac{\cos2x-\cos x}{1-\cos x}=-3$

г)

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1+3n}{-1+3n}\right)^{2n+3}=(1^\infty)=\lim_{n\to\infty}\left(1+(\frac{1+3n}{-1+3n}-1)\right)^{2n+3}=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1+3n}{-1+3n}-\frac{(-1+3n)}{(-1+3n)}\right)^{2n+3}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1+3n+1-3n}{-1+3n}\right)^{2n+3}=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{-1+3n}\right)^{2n+3}=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{(-1+3n)}\right)^{\frac{(-1+3n)\cdot(2n+3)}{(-1+3n)}}=$$

$$\left[\begin{array}{l}\textit{Используем второй}\\ \textit{замечательный}\\ \textit{предел}\end{array}\right]=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n+3}{3n-1}}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2+3/n}{3-1/n}}=e^{\frac{2+0}{3-0}}=e^{\frac{2}{3}}$$

Ответ: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1+3n}{-1+3n}\right)^{2n+3}=e^{\frac{2}{3}}$